

සරල රේඛාව

- (1) $\ell x + my + n = 0$ රේඛාව මත (α, β) ලක්ෂණයේ දරපණ ප්‍රතිඵිමිලයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.
- ABCD රෝම්බසයක BD විකරණය $x + 2y + 1 = 0$ වේ. A,C ශීර්ෂ පිළිවෙළින් $x - y = 0$ හා $3x + y = -8$ යන රේඛාව මත පිහිටා ඇත. AB පාදය $7x + 4y = 0$ ට සමාන්තර නම් රෝම්බසයේ පාදවල සම්කරණ සොයන්න. (1962)
- (2) $(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) \geq 0$ වීම අනුව (x_1, y_1) සහ (x_2, y_2) ලක්ෂණය $ax + by + c = 0$ රේඛාවේ එකම පැත්තේ හෝ ප්‍රතිවිරැද්‍ය පැතිවල පිහිටන බව පෙන්වන්න.
- $x + y + 4 = 0, 7x + y - 8 = 0$ සහ $x + 7y - 8 = 0$ යනු ABC ත්‍රිකෝණයේ AB, CB, CA පාද වේ. $B\bar{A}C$ සමවිෂේෂකය සොයන්න.
- මෙම සමවිෂේෂකය BC පාදය D හි දී හමුවේ නම් ABC ත්‍රිකෝණයේ කේත්දුකය ABD ත්‍රිකෝණය තුළ පිහිටන බව පෙන්වන්න. (1963)
- (3) ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂ $(1, 3), (5, 3)$ සහ $(4, 6)$ වේ. ත්‍රිකෝණයේ කේත්දුය G, S නම්, පරික්‍රීය සහ H නම් ලමිභ කේත්දුය සොයන්න. (1964)
- (4) $\ell x + my + n = 0$ මත (α, β) ලක්ෂණයේ තල දරපණ ප්‍රතිඵිමිලය සොයන්න.
- ABC ත්‍රිකෝණයක A, B, C ශීර්ෂ පිළිවෙළින් $y = x, y = 2x$ සහ $y = 3x$ රේඛාව මත පිහිටයි. AB පාදයේ ලමිභ සමවිෂේෂකය $6x + 8y - 3 = 0$ වේ. BC පාදය $11x - 4y = 0$ ට සමාන්තර වේ. ත්‍රිකෝණයේ පාදවල සම්කරණ සොයන්න. (1965)
- (5) $c(a\alpha + b\beta + c) = 0$ යන්න ධන හෝ සෘණ වීම අනුව මූල ලක්ෂණය හා (α, β) ලක්ෂණය $ax + by + c = 0$ රේඛාවේ එකම පැත්තේ හෝ සම්මුඛ පැතිවල පිහිටන බව පෙන්වන්න.
- ABC ත්‍රිකෝණයේ AB පාදයේ සම්කරණය $x - 2y + 5 = 0$ වේ. BAC කෝණයේ සමවිෂේෂකය $x - y = 0$ වේ. AC පාදය සොයන්න.
- මූල ලක්ෂණ ත්‍රිකෝණයේ අන්තාකේත්දුය තම හා BC පාදය $11x - 2y = 0$ ට සමාන්තර නම් මෙම පාදය සොයන්න. (1966)
- (6) $y = x$ රේඛාව මත $y = mx$ රේඛාවේ පරාවර්තනයේ සම්කරණය සොයන්න.
- O මූලය වූ OABC රෝම්බසයකි. OB විකරණය $x - y = 0$ වේ. A ලක්ෂණය $2x - y + 6 = 0$ රේඛාව මත පිහිටයි. AB රේඛාව $(-8, 8)$ හරහා යයි. රෝම්බසයේ පාදවල සම්කරණ සොයන්න. (1967)

- (7) ABCD යනු රෝම්බසයක AB, AC පාදවල සමිකරණ පිළිවෙළින් $x - y + 1 = 0$, $2x - y - 1 = 0$ වේ. BC පාදය $(5, -6)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යයි නම් BD, CD, DA හා BD හි සමිකරණ සොයන්න.
- (8) ℓ_1 සහ ℓ_2 සම් $a_1x + b_1y + 1 = 0$ සහ $a_2x + b_2y + 1 = 0$ වේ. λ_1 සහ λ_2 නියත නම්, $\lambda_1(a_1x + b_1y + 1) + \lambda_2(a_2x + b_2y + 1) = 0$ යන්නේ $\ell_1 = 0$ සහ $\ell_2 = 0$ සියලුම පෙන්වන්න. මේදී ලක්ෂ්‍ය හරහා යන මිනැම සරල රේඛාවක් පෙන්නුම කරන බව පෙන්වන්න. ℓ_1 සහ ℓ_2 ට සමාන්තරව මූල ලක්ෂ්‍ය හරහා යන සරල රේඛා දෙකක් මගින් $a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2$ නම් රුපය රෝම්බසයක් බව පෙන්වන්න. (1970)
- (9) සරල රේඛාවක සමිකරණය $\frac{x-x_0}{\ell} = \frac{y-y_0}{m} = t; \ell^2 + m^2 = 1$ ආකාරයට ඇත. (t) යනු (x_0, y_0) ලක්ෂ්‍යයේ සිට (x, y) ලක්ෂ්‍යයට රේඛාව ඔස්සේ මිනු දුර බව පෙන්වන්න. රෝම්බසයක යාබද පාද වූ $x - 3y + 5 = 0$ හා $3x - y - 1 = 0$ පුරු කෝණයක් රෝම්බසයක යාබද පාද වූ $x - 3y + 5 = 0$ හා $3x - y - 1 = 0$ පුරු කෝණයක් මේදී අන්තර්ගත කරන අතර ඒවායේ මේදීනය හරහා යන විකරණයේ දිග $3\sqrt{2}$ වේ. අන්තර්ගත කරන අතර ඒවායේ මේදීනය හරහා යන විකරණයේ දිග $3\sqrt{2}$ වේ. රෝම්බසය සම්පූර්ණයෙන්ම පිහිටා ඇත්තේ පළමු පාදකයේ නම් එහි ඉතිරි පාද දෙකක් සමිකරණය සොයන්න. අනෙක් විකරණයේ දිග සොයන්න. (1973)
- (10) එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ රෝම්බසයේ වර්ගෝලය සොයන්න. (1974)
- (11) P(h, k) ලක්ෂ්‍ය හරහා $ax + by + c = 0$ ට ලමිඛ සරල රේඛාවේ මිනැම ලක්ෂ්‍යයක බණ්ඩාක (h + at, k + bt) ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි t යනු පරාමිතියකි. P සිට $ax + by + c = 0$ ට ඇදී ලමිඛයේ පාදයට අනුරූප t අගය සොයා මෙම ලමිඛයේ දිග $\frac{|ah+bx+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ බව පෙන්වන්න.
- එනයින් හෝ අන් අයුරකින් $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ හා $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ සරල රේඛා දෙක අතර කෝණ අතුරින් මූල ලක්ෂ්‍ය අඩංගු කෝණයේ සම්විෂේෂකයේ සමිකරණය සොයන්න.
- මෙහි $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$ න්, $c_1 < 0$ න්, $c_2 < 0$ න් වේ. (1975)
- (12) $ax + by + c = 0$, $ax + by + d = 0$, $a'x + b'y + c' = 0$ සහ $a'x + b'y + d' = 0$ යන සරල රේඛාවකින් සැදී තිබෙන සමාන්තරාසුයේ විකරණයන්හි සමිකරණ සොයන්න.
- i) $(a^2 + b^2)(c' - d')^2 = (a'^2 + b'^2)(c - d)^2$ නම්, සමාන්තරාසුය රෝම්බසයක් බව දී
- ii) සමාන්තරාසුයේ වර්ගෝලය $\left| \frac{(c-d)(c'-d')}{ab'-a'b} \right|$ බව දී පෙන්වන්න. (1976)
- (13) P(h, k) හරහා $\ell = ax + by + c = 0$ සරල රේඛාවට සපුරුණෝ ලෙස ඇදී සරල රේඛාව මත මිනැම ලක්ෂ්‍ය බණ්ඩාක (h + at, k + bt) ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි t පරාමිතියකි. P සිට $\ell = 0$ ට ඇදී ලමිඛයේ අධියට අනුරූප t හි අගය සොයන්න.
- එම ලමිඛයේ දිග $\frac{|ah+bk+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් හෝ අන්කුමයකින් හෝ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ සරල රේඛා දෙක අතර කේතු අතුරෙන් මූල ලක්ෂණය අනුලත් කේතුයේ සමවිශේෂකයේ සම්කරණය සොයන්න. මෙහි $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$, $c_1 < 0$, $c_2 < 0$ වේ. (1977)

- (14) N ලක්ෂණය වූ කළේ $P_0(x_0, y_0)$ ලක්ෂණයේ සිට $ax + by + c = 0$ සරල රේඛාවට අදිනු ලබන ලම්බයේ අධියයි. N හි බණ්ඩාංක, $t = -\frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ මූල්‍ය ($x_0 + at, y_0 + bt$) බව සාධනය කරන්න.

T යනු පරාමිතිය විට සරල රේඛාවක සම්කරණය $t^2 + m^2 = 1$ වන $\frac{x-x_0}{t} = \frac{y-y_0}{m} = T$ පරාමිතික ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරනු ලැබුවෙන් $|T|$ යනු $P_1(x_1, y_1)$ අවල ලක්ෂණයේ සිට $P(x_1 + tT, y_1 + mT)$ ලක්ෂණයට දුර බව පෙන්වන්න.

$4\sqrt{5}$ දිගෙන් යුත් එක් විකරණයක් $x - 2y + 5 = 0$ සරල රේඛාව දිගේ පිහිටි රෝම්බසයක ශීර්ෂයක් A(2,1) වේයි. රෝම්බසයේ සෙසු ශීර්ෂ සොයන්න. (1979)

- (15) (x_0, y_0) ලක්ෂණයේ සිට $ax + by + c = 0$ රේඛාවට ඇදි ලම්බයේ දිග $\left| \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$ බව පෙන්වන්න.

i) සමාන්තර රේඛා දෙකකින් එක එකක් $x -$ අක්ෂයේ දත් දිගාව සමග a කේතුයක් සාදයි. එක් රේඛාවක් (h, k) හරහා d අනෙක (m, n) හරහා d යයි. රේඛා අතර ලම්හ දුර $|h - m|$ සයින් $|a - (k - n)|$ කොස් α බව පෙන්වන්න.

ii) වර්ග ඒකක 13 ක වර්ගථිලයෙන් යුත් සමවතුරසුයක කේත්දය $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ ය. එහි පාද දෙකක් $12x+15y = 0$ රේඛාවට සමාන්තරය. සමවතුරසුයේ පාද හතරේ සම්කරණය සොයන්න. (1980)

- (16) (x_0, y_0) යනු $ax + by + c = 0$ සරල රේඛාව මත ලක්ෂණයක් නම්, t යනු පරාමිතියක් විට රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂණයක බණ්ඩාංක $(x_0 + bt, y_0 - at)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව සාධනය කරන්න. $3x + 4y - 24 = 0$ රේඛාව මත P ලක්ෂණය පිහිටියේ මූල ලක්ෂණයේ සිට එයට ඇති දුරෙහි විශාලත්වය P ත් A (3,1), B (-1,3) ලක්ෂණත් මගින් සැදි ත්‍රිකේතුයේ වර්ගථිලයේ විශාලත්වයට සමාන වන පරිදිය. P සඳහා පිහිටීම දෙකක් පවත්නා බව d එම පිහිටීම දෙකක් එකක් P_0 යැයි කියමු. ඒ සඳහා P_0AB සංප්‍රකේත්‍යායක් බව d සාධනය කරන්න. P_0ABQ සංප්‍රකේත්‍යායක් වන පරිදි සිට වැනි ශීර්ෂය වූ Q හි බණ්ඩාංක සොයන්න. (1981)

- (17) $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2)$ ලක්ෂණය යා කරන රේඛාව අභ්‍යන්තරයෙන් d බාහිරයෙන් d $m_1: m_2$ අනුපාතයට බෙදාලන ලක්ෂණයවල බණ්ඩාංක පිළිවෙළින් $\left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$ සියලුම $\left(\frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}, \frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m_1 - m_2}\right)$ බව සාධනය කරන්න.

X හා Y ලක්ෂණය මගින් A (-2, 6), B (1, -6) ලක්ෂණ හා කරන රේඛාව පිළිවෙළින් අභ්‍යන්තරයෙන් d බාහිරයෙන් d 2:1 අනුපාතයට බෙදෙයි. P යනු **4XPY** සංප්‍රකේත්‍යායක් වන පරිදි වූ ලක්ෂණයකි. ΔPAB හි වර්ගථිලය ඒකක 24 ක් වේයි. P සඳහා P_1, P_2, P_3, P_4 පිහිටීම හතර අතුරින් දෙකකට (P_1, P_2 කියමු) නිඩ්ල බණ්ඩාංක ඇති බව සාධනය කරන්න.

AP_1B, AP_2B කේතුවල සමවිශේෂකවල සම්කරණ සොයන්න. (1982)

$$(18) \quad t = -\frac{2(ax_0+by_0+c)}{a^2+b^2} \text{ වන } (x_0 + at, y_0 + bt) \text{ ලක්ෂණ } ax + by + c = 0 \text{ රේඛාව මත } (x_0, y_0)$$

y_0) ලක්ෂණයේ ප්‍රතිඵිම්බය බව සාධනය කරන්න.

$I_2 : 3x - 4y + 5 = 0$ රේඛාව මත $I_1 : 2x - y + 5 = 0$ රේඛාවේ / ප්‍රතිඵිම්බය සොයන්න.
ක්ෂේත්‍රය වර්ග ඒකක 25 වන රෝම්බසයක් එහි යාංද පාද දෙකක් I_1 , I_2 / ඔස්සේ පෙන්වන්න.
 I_2 විකර්ණයක් ලෙස ඇති රෝම්බසවල පාදයන්ගේ සම්කරණ සොයන්න. (1983)

(19) $lx + my + n = 0$ රේඛාවට (x_1, y_1) ලක්ෂණයේ සිට අදින ලද ලම්බයේ අඩියෙහි බණ්ඩාංක සොයන්න.

OAPB යනු O මූල ලක්ෂණය ද, $A \equiv (\lambda a, \lambda b)$ ද, $B \equiv (\mu b, -\mu a)$ ද වන සංජුක්කෝණාසුයකි. මෙහි $a^2 + b^2 = 1$ වේ.
 $\lambda^3 + \mu^3 = c(\lambda^2 + \mu^2)$ වන පරිදි A සහ B විවෘතය වේ නම් P සිට AB ට ඇදි ලම්බයේ අඩියෙහි පරිය සරල සරල රේඛාවක් බව සාධනය කරන්න. මෙහි c නියතයකි. (1984)

(20) $ax + by + c = 0$ යනු / නම්, රේඛාවක සම්කරණය වන අතර $P_1 \equiv (x_1, y_1) P_2 \equiv (x_2, y_2)$ යනු / මත නොපිහිටි ප්‍රහිත්ත ලක්ෂණ දෙකකි. / මගින් P_1, P_2 බැඳුනු ලබන අනුපාතය සොයන්න.

P_1 සහ P_2 ලක්ෂණය / රේඛා දෙපස පිහිටීම සඳහා අවශ්‍යතාව අපෝහනය කරන්න.

$A \equiv (-1, -1)$ සහ $C \equiv (7, 15)$ යනු ABCD සමාන්තරාසුයක ප්‍රතිවිරැද්‍ය ශිර්ප දෙකකි. එයට $x - \text{අක්ෂයේ දෙන දිගාව සමඟ } \tan^{-1}(4)$ කෝණයක් සාදනු ලබන $2\sqrt{17}$ දිගින් යුත් විකර්ණයක් ඇත. B සහ D ශිර්පයන්ගේ බණ්ඩාංක සොයන්න.
සමාන්තරාසුයේ ABC සහ ADC කෝණවල අභ්‍යන්තර කෝණ සමවිශේෂකවල සම්කරණය ද සොයන්න. (1985)

(21) A (-8, 10), B(1, 2), C (1, 11) ලක්ෂණවල සිට A'B'C' ත්‍රිකෝණයෙහි පිළිවෙළින් B'C', C'A', A'B' පාද වලට ඇදි ලම්බ ඒක ලක්ෂණ වේ. B'C', C'A', A'B' රේඛා පිළිවෙළින් $3x - y - 5 = 0$, $x - 2y = 0$ සහ λ නියතයක් වූ $x + \lambda y - 15 = 0$ රේඛා මත පිහිටි. λ හි අගය සොයන්න.

A'B'C' සිට පිළිවෙළින් BC, CA, AB මතට ඇදි ලම්බ ද ඒක ලක්ෂණ බව සාධනය කරන්න. (1986)

(22) (x_1, y_1) ලක්ෂණයේ සිට $ax + by + c = 0$ සරල රේඛාවට ඇති ලම්බ දුර $\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ බව පෙන්වන්න.

$A \equiv (2, 5)$ ද, $B \equiv (11, 2)$ සහ $C \equiv (8, 7)$ ශිර්ප වන සිට ABC ත්‍රිකෝණයේ පිළිවෙළින් එක එකක් AB සහ AC පාදවල සිට $\frac{4}{\sqrt{10}}$ සහ $\frac{2}{\sqrt{10}}$ දුරවලින් පිහිටන ලක්ෂණ හතර සොයන්න.

- මෙම ලක්ෂණ වලින් කවර ලක්ෂණ ත්‍රිකෝණය ඇතුළත පිහිටන්නේ දුයි නිර්ණය කරන්න.
- මෙම ලක්ෂණ හතර මගින් යාදනු ලබන සමාන්තරාසුයේ වර්ගාලය සොයන්න. (1987)

(23) $ax + by + c = 0$ රේඛාව $P_1(x_1 + y_1)$ සහ $P_2(x_2 + y_2)$ ලක්ෂණ යා කරන රේඛාව
 $-\frac{ax_1+by_1+c}{ax_2+by_2+c}$ අනුපාතයට බෙදෙන බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක BC, CA, AB පාද පිළිවෙළින් $u_1 = 0, u_2 = 0, u_3 = 0$ සරල රේඛා
 ඔස්සේ පිහිටුව ලැබේ.
 මෙහි $u_r \equiv a_r x + b_r y + c_r, r = 1, 2, 3$ වේ. k නියතයක් වන $u_3 - ku_2 = 0$ රේඛාව A

හරහා යන බවද $\frac{k(a_1b_2 - a_2b_1)}{a_3b_1 - a_1b_3}$ අනුපාතයට BC බෙදෙන බවද පෙන්වන්න.
 $(a_2a_3 + b_2b_3)(a_1b_2 - a_2b_1)(a_3b_1 - a_1b_3)$ දත් වීම හෝ සාමාන්‍ය වීම හෝ අනුව
 ත්‍රිකෝණයේ A කෝණය මහා කෝණයක් හෝ සූච්‍ය කෝණයක් හෝ වන බව
 පෙන්වන්න. (1988)

(24) $ax + by + c = 0$ සරල රේඛාව $u_i = 0 (i = 1, 2)$ සමාන්තර නොවන සරල රේඛා දකු
 පිළිවෙළින් A සහ B හි දී ජේදනය කරයි. මෙහි $u_i \equiv a_i x + b_i y + c_i$ වේ. Z යනු AZ
 = k ZB වන සේ AB මත පිහිටි ලක්ෂණයකි.

$u_1 = 0$ හා $u_2 = 0$ හි ජේදන ලක්ෂණයට Z යා කරන රේඛාව $u_1 + \frac{k(a_1b - ab_1)}{a_2b - ab_2} u_2 = 0$

බව පෙන්වන්න.
 ABC ත්‍රිකෝණයක BC, CA, AB පාද පිළිවෙළින් $x - 4y + 6 = 0, 2x - y - 6 = 0, x$
 $- y + 3 = 0$ රේඛා ඔස්සේ වේ. X යනු $2BX = XC$ වන සේ BC මත පිහිටි
 $y - 3x = 0$ රේඛා ඔස්සේ $2A = 3YC$ වන සේ AC මත පිහිටි ලක්ෂණයක් ද වේ. AX හා
 BY හි ජේදන ලක්ෂණයට C යා කරන රේඛාවේ සම්කරණය සොයන්න. (1989)

(25) $y = m_1 x + c_1, y = m_2 x + c_2$ සහ $x = 0$ රේඛාවලින් සඳහු ත්‍රිකෝණයේ වර්ගථලය
 $\frac{(c_1 - c_2)^2}{2|m_1 - m_2|}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින්, $y = 2x + 3, y = -2x + 7$ සහ $y = 6x + 2$ රේඛාවලින් සඳහු ත්‍රිකෝණයේ
 වර්ගථලය සොයන්න. (1990)

(26) $ax + by + c = 0$ රේඛා මත (x_1, y_1) ලක්ෂණයේ ප්‍රතිඵ්‍යුම්බය සොයන්න.
 ABCD යනු $B \equiv (1, 0)$ සහ AB, AC හි සම්කරණ පිළිවෙළින් $y - x + 1 = 0$ සහ
 $y - 3x = 0$ වන සේ වූ රෝම්බසයකි. DA, CD සහ BC රේඛාවල සම්කරණ
 සොයන්න.
 තව ද ABCD රෝම්බසයේ වර්ගථලය ද සොයන්න. (1991)

(27) P ලක්ෂණයක දී ජේදනය වන l_1, l_2 සරල රේඛා පිළිවෙළින් $ax + by + c = 0$ සහ $a'x +$
 $b'y + c' = 0$ සම්කරණවලින් නිරුපණය වේ. λ පරාමිතියක් වන $ax + by + c + \lambda$
 $(a'x + b'y + c') = 0$ සම්කරණ විවරණය කරන්න.
 l_1, l_2 ට සමාන්තරව O මූල ලක්ෂණ හරහා වූ සරල රේඛා පිළිවෙළින් Q සහ R හි දී
 l_2, l_1 ජේදනය කරයි. OQPR සමාන්තරාසුයේ OP, OR විකර්ණවල සම්කරණ
 සොයන්න. ($c, c' \neq 0$) එනයින්,

i) OQPR රෝම්බසයක් වීම සඳහාත් ii) OQPR සමවතුරුසුයක් වීම සඳහාත්
 a, b, c, a', b', c' නියත මගින් සපුරාලිය යුතු අවශ්‍යතා නීරණය කරන්න. (1992)

(28) $lx + my + n = 0$ සරල රේඛාව මත $P \equiv (\alpha, \beta)$ ලක්ෂණයෙහි ප්‍රතිඵිම්බයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක A,B,C ශීර්ෂ පිහිටා ඇත්තේ පිළිවෙළින් $y = x$, $y = 2x$, $y = 3x$ රේඛා මතය. AB හි ලම්බ සමවිශේදකයේ සම්කරණය $3y + x - 18 = 0$ වේ. BC රේඛාව $y + x = 0$ සරල රේඛාවට සම්බන්තරය. ABC ත්‍රිකෝණයේ පාදවල සම්කරණ උගාගන්න. (1993)

(29) $y = ax + b$ සරල රේඛාව $y = mx$ සහ $y = m/x$ රේඛා පිළිවෙළින් A සහ B හි දී ජේදනය කරනු ලැබේ. මෙහි a සහ b ($\neq 0$) නියත වේ. C ලක්ෂණය OACB සම්බන්තරාසුයක් වන පරිදි වෙයි. O යනු මූල ලක්ෂණයයි.

i) C හි බණ්ඩාංක සොයන්න.

ii) OACB රෝම්බසයක් නම, $(a^2 - 1)(m + m') + 2a(1 - mm') = 0$ බව පෙන්වන්න.

iii) OACB සමවතුරාසුයක් නම, එහි වර්ගීය $\frac{2b^2}{1+a^2}$ බව පෙන්වන්න. (1994)

(30) $l_1 \equiv ax + by + c = 0$ සහ $l_2 \equiv a'x + b'y + c' = 0$ රේඛාවල ජේදන ලක්ෂණ හරහා යන මිනැම සරල රේඛාවක සම්කරණය $ax + by + c + \lambda(a'x + b'y + c') = 0$ ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි λ නියතයකි.

$l_3 \equiv lx + my + n = 0$ විවෘත රේඛාව l_1 සහ l_2 රේඛා පිළිවෙළින් A හි දී සහ B හි දී ජේදනය කරයි. c, c' දෙකම නිශ්චිත වන අතර බණ්ඩාංක මූල O ය.

OA රේඛාව OB ට ලම්බ නම, $(aa' + bb')n^2 - (ac' + ca')ln - (bc' + cb')mn + (l^2 + m^2)cc' = 0$ බව පෙන්වන්න.

P යනු O සිට $lx + my + n = 0$ රේඛාවට ඇදි ලම්බයේ අඩියයි. ඉහත දැක්වෙන අවශ්‍යතාව සපුරාලයි නම, l_3 රේඛාව විවෘතය වත්ම P හි පරිය වෘත්තයක් බව පෙන්වන්න.

l_1 හා l_2 රේඛා එකිනෙකට ලම්බ නම, එම පරියට කුමක් වේ ද? (1995)

(31) $ax + by + c = 0$ රේඛාවෙහි P (α, β) ලක්ෂණයේ ප්‍රතිඵිම්බය සොයන්න.

එම නයින්, $ax + by + c = 0$ හි $lx + my + n = 0$ රේඛාවේ ප්‍රතිඵිම්බය සොයන්න.

රෝම්බසයක විකරණයක් $2x + y - 1 = 0$ රේඛාවේ වේ. එක් ශීර්ෂයක් (2, -3) වන අතර එහි එක් පාදයක් $y - x - 4 = 0$ රේඛාව ම පිහිටයි. ඉතිරි පාද තුනෙහින් ඉතිරි විකරණයෙන් සම්කරණ සොයන්න. (1996)

(32) (x_0, y_0) හරහා යන්නා වූ ද බැවුම ඡ වූ ද සරල රේඛාව මත පිහිටි මිනැම ලක්ෂණයක බණ්ඩාංක $(x_0 + t; y_0 + mt)$

ආකාරයට ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි t යනු පරාමිතියයි.

P වනානි AP:PC = $1:\lambda^2$ වන පරිදි A(1,0) සහ C(4,4) ලක්ෂණ යා කෙරෙන රේඛාව මත පිහිටි ලක්ෂණයකි. මෙහි $\lambda > 0$, P හරහා AC ව ලම්බ වූ රේඛාව මත පිහිටි B ලක්ෂණයක බණ්ඩාංක ඉහත ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.

t ඇසුරෙන් AB හි සහ BC හි බැවුම කවරේ ද? BC ට AB ලම්බ නම එවිට,

i) B සඳහා පිහිටීම දෙකක් තිබිය හැකි බව ද අනුරූප t හි අගයන් $\pm \frac{4\lambda}{1+\lambda^2}$ බව ද

ii) PBC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගීය $\frac{1}{2} \frac{25\lambda^2}{(1-\lambda^2)^2}$ බව ද පෙන්වන්න. (1997)

(33) (a, b) ලක්ෂණය හරහා යන්නා වූ ද x - අක්ෂය සමග θ කෝරෝනයින් ආනත වූ ද සරල රේඛාව පරුමිනිකව $x = a + t \cos \theta, y = b + t \sin \theta$ මගින් නිරුපණය කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

OAB ත්‍රිකෝරුයේ O දීර්ඝය මූල ලක්ෂණ මත ද A දීර්ඝය පළමුවන පාදකයේ ද පිහිටන අතර $OB = 2 OA$ ද, OA හි සහ OB හි සම්කරණ පිළිවෙළින් $x - 2y = 0$ සහ $2x + y = 0$ ද වේ. (5,1) ලක්ෂණ හරහා AB යන්නේ නම් AB සඳහා නිවේදන දෙකක් නිබිය හැකි බව පෙන්වන්න.

එම එක් එක් නිවේදනය සඳහා A හි සහ B හි බණ්ඩාංක සොයන්න.

නිබිය හැකි OAB ත්‍රිකෝරු දෙකේ වර්ගථිලවල අනුපාතය සොයන්න. (1998)

(34) H යනු AC ට BH ලම්බ වන පරිදි ද AB ට CH ලම්බ වන පරිදි ද ABC තලයෙහි වූ ලක්ෂණයයි. ABC තලයෙහි වූ සෘජකෝරුසාකාර කාරිසියානු අක්ෂ කුලකයකට අනුබද්ධව $A \equiv (\alpha, \beta)$ වේ. මෙහි $|\alpha| \neq 1, \beta \neq 0$ සහ $\alpha^2 + \beta^2 \neq 1$ වේ. BH සහ CH රේඛාවල සම්කරණ පිළිවෙළින් $(\alpha - 1)x + \beta y + \alpha - 1 = 0$ සහ $(\alpha + 1)x + \beta y - (\alpha + 1) = 0$ වෙයි. B සහ C හි බණ්ඩාංක නිරුපණය කර AH සහ BC ලම්බ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝරුයේ එක් එක් දීර්ඝය හරහා සම්මුඛ පාදයට සමාන්තර රේඛාවක් අදිනු ලැබේ. මෙම රේඛා තුනෙන් A'B'C' ත්‍රිකෝරුය සැදේ. H ලක්ෂණය A'B' සහ C' ලක්ෂණවලින් සම්දුරින් පිහිටන බව පෙන්වන්න. (1999)

(35) x හා y අක්ෂ මත පිළිවෙළින් a හා b අන්තර්බණ්ඩ සාදනු ලබන සරල රේඛාවේ සම්කරණය ලබාගන්න.

$\frac{x}{h} + \frac{y}{k} = 1$ මගින් දෙනු ලබන ℓ අවල සරල රේඛාවක් x හා y අක්ෂ පිළිවෙළින් A සහ B ලක්ෂණවල දී හමු වේ. ℓ රේඛාවට ලම්බ ℓ' නම් සරල රේඛාවක් x හා y අක්ෂ පිළිවෙළින් P සහ Q ලක්ෂණවල දී හමු වේ. AQ හා BP සරල රේඛාවල ජ්‍යෙෂ්ඨ ලක්ෂණය (h, k) ලක්ෂණය රහිත $x^2 + y^2 - hx - ky = 0$ වෙත්තය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න. (2000)

(36) $y = mx + c$ සරල රේඛාව සමාන්තර තොවන $u_1 \equiv y - m_1 x - c_1 = 0$ සහ $u_2 \equiv y - m_2 x - c_2 = 0$ සරල රේඛා දෙක පිළිවෙළින් A සහ B හි දී ජ්‍යෙෂ්ඨනය කරයි. R යනු AR = kRB වන සේ AB මත වූ ලක්ෂණයකි. $u_1 = 0$ හා $u_2 = 0$ හි ජ්‍යෙෂ්ඨ ලක්ෂණයට R යා කරන සරල රේඛාවේ සම්කරණය $u_1 + \frac{k(m-m_1)}{(m-m_2)} u_2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝරුයක AB,BC,CA පැති පිළිවෙළින් $3x + 2y - 6 = 0, 2x + y - 2 = 0, x + y - 3 = 0$ රේඛා මය්සේස් පිහිටයි. AB මත R ලක්ෂණයක් සහ AC මත Q ලක්ෂණයක් $2AR = RB$ සහ $3AQ = 2QC$ වන පරිදි පිහිටා ඇති.

i) A හි බණ්ඩාංක සොයන්න.

ii) BQ සහ CR රේඛාවල සම්කරණ සොයන්න.

iii) D හි දී BQ සහ CR හමු වේ නම් සහ P යනු AD සහ BC හි ජ්‍යෙෂ්ඨ ලක්ෂණ නම් AP:PB අනුපාතය සොයන්න. (2001)

(37) $u_1 \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0$ සහ $u_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$ යනු දී ඇති සමාජ්‍යතර නොවන සරල රේඛා දෙකකි. λ හි යෑම අගයක්ම සඳහාම $u_1 + \lambda u_2 = 0$ යටු රේඛාව අවල ලක්ෂණයක් හරහා යන බව පෙන්වන්න.

අවල ලක්ෂණයක් හරහා යන බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක සම්මුඛ පාද වලට B,C හරහා අදිනු ලැබූ ලම්බවල සම්කරණ ABC ත්‍රිකෝණයක සම්මුඛ පාද වලට B,C හරහා අදිනු ලැබූ ලම්බවල සම්කරණ පිළිවෙළින් $x - 4y + 5 = 0$ සහ $2x - y + 3 = 0$ වේ. A හා B හි බණ්ඩාංක $(k, -k)$ මෙය පිළිවෙළින් $x - 4y + 5 = 0$ සහ $2x - y + 3 = 0$ වේ. A හා B හි බණ්ඩාංක k , $-k$ ගනු ලැබූවේ නම් AB හා AC රේඛාවල සම්කරණ ද, B හි යන C හි බණ්ඩාංක k අසුළු රේඛාවල සෞයන්න.

k විවෘත වන විට ABC ත්‍රිකෝණයේ කේත්‍රිකය $x + 5y - 4 = 0$ රේඛාව මත පිහිටන බව සාධනය කරන්න. (2002)

(38) සමාන්තරාසුයක පාද දෙකක් $y = x - 2$ සහ $4x = x + 4$ සම්කරණවලින් දී ඇත.

සමාන්තරාසුයේ විකරණ මූල ලක්ෂණයේ දී ජේද්‍යනය වේ.

i) සමාන්තරාසුයේ ඉතිරි පාදවල සම්කරණ ද
ii) විකරණවල සම්කරණ ද ලබාගන්න. (2003)

තව ද සමාන්තරාසුයේ වර්ගථලය ද සෞයන්න.

(39) ය සහ v යනු පිළිවෙළින් $A \equiv (5,0)$ හා $B \equiv (-5,0)$ ලක්ෂණ හරහා යන සමාන්තර රේඛා දෙකක් යැයි ගනිමු.

$4x + 3y = 25$ රේඛාව P හි දී ය ද Q හි දී v ද හමුවේ යයි ගනිමු.

PQ හි දිග ඒකක 5 ක් නම් ය සහ v සමාන්තර රේඛා යුගලය සඳහා අවස්ථා දෙකක් තිබිය හැකි බව පෙන්වන්න.

ඉහත නිර්ණය කරන ලද රේඛා හතුරේම සම්කරණ ලියා දක්වන්න.

මෙම රේඛා හතුර මගින් සාදනු ලබන සමාන්තරාසුයේ විකරණවල සම්කරණ සෞයන්න.

තව ද ඉහත සමාන්තරාසුයේ වර්ගථලය ද සෞයන්න. (2004)

(40) ABC ත්‍රිකෝණයක B සහ C ශීර්ෂ පිළිවෙළින් $4x - 3y = 0$ රේඛාව මත ය අක්ෂය මත පිහිටයි.

BC පාදය $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ හරහා යන අතර එයට m බැඳුමක් ඇත.

i) m ඇසුරෙන් B සහ C හි බණ්ඩාංක සෞයන්න.
ii) $OB = \sqrt{\frac{10(m-1)}{3(3m-4)}}$ බවත් $OC = \sqrt{\frac{2(m-1)}{3m}}$ බවත් පෙන්වන්න.

මෙහි O යනු මූල ලක්ෂණ වේ.

iii) ABOC රෝම්බසයක් නම් m ට තිබිය හැකි අගය දෙක හා A හි අනුරුප බණ්ඩාංක සෞයන්න. (2005)

(41) $px + qy + r = 0$ සරල රේඛාව අනුබද්ධයෙන් (x_1, y_1) ලක්ෂණයේ ප්‍රතිඵිම්බයේ බණ්ඩාංක $(x_1 - p\lambda, y_1 - q\lambda)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි λ යනු නිර්ණය කළ යුතු නියතයක් වෙයි.

එම නයින්, $px + qy + r = 0$ සරල රේඛාව අනුබද්ධයෙන් $lx + my + n = 0$ රේඛාවේ ප්‍රතිඵිම්බයේ සම්කරණය සෞයන්න.

ABCD රෝම්බසයෙහි AB පාදයේ සහ AC විකරණයේ සම්කරණ පිළිවෙළින් $3x - y + 6 = 0$ හා $x - y + 8 = 0$ වේයි. B ශීර්ෂයේ බණ්ඩාංක $(3, 15)$ වේයි. A,C සහ D හි බණ්ඩාංක ප්‍රකාශිත ලෙස නොසෞයා රෝම්බසයේ ඉතිරි පාද තුනේ සම්කරණ සෞයන්න. (2006)

(42) ABC යනු $A \equiv (2,4)$ දී $y = x + 1$ රේඛාව මත B හා C දී වන අපුරින් වූ ත්‍රිකෝරුණයක් යයි ගනිමු. ABC හා ADE ත්‍රිකෝරුණවල වර්ගජල 9:4 අනුපාතයට වන අපුරින් BC ට සමාන්තරව අදින ලද ℓ නම් රේඛාවක් AB සහ AC පිළිවෙළින් D හා E නි දී කුපයි. G යනු A සිට ℓ ට ඇදි ලම්බකයේ අධිය දී M යනු AB තුළ G හා දුරපැණ ප්‍රතිනිමිතය දී යයි සිතුමු.

i) G හි බණ්ඩාංක හා ℓ හි සම්කරණ සොයන්න.

ii) $AM = AG$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් හෝ වෙනත් කුමයකින් හෝ B ලක්ෂණය $y = x + 1$ රේඛාව මත වලනය වන විට M ලක්ෂණය කේත්දුය A හා අරය $\frac{\sqrt{2}}{3}$ වූ වෘත්තයක් මත වලනය වන බව සාධනය කරන්න. (2007)

(43) a) $y = m_1x + c_1$ සහ $y \equiv m_2x + c_2$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා අතර කෝරු සමවිශේෂක වන ℓ_1 හා ℓ_2 හි සම්කරණ ලබාගන්න. මෙහි $m_1 \neq m_2$ වේ. ඒ නයින්, ℓ_1 හා ℓ_2 ලම්බ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

b) ABC යනු x අක්ෂයේ ධෙන දියාව ඔස්සේ BC ආධාරකය වලනය වන පරිදි දී $AB = AC$ දී A දිරුපාතා අක්ෂයට ඉහළින් දී වූ ත්‍රිකෝරුණයක් යයි ගනිමු. ABC ත්‍රිකෝරුණයේ වර්ගජලය වර්ග ඒකක 9 ක් දී BC පාදයේ දිග ඒකක 6 ක් දී වේ. $B \equiv (b, 0)$ යයි දී ගනිමු.

i) AB සහ AC පාදවල සම්කරණ සොයන්න.

ii) ඉහත (a) හි ලබාගත් කෝරු සමවිශේෂකවල සම්කරණ භාවිතයෙන් ABC ත්‍රිකෝරුණයේ B හා C කෝරුවල අභ්‍යන්තර සමවිශේෂකවල සම්කරණ සොයන්න.

ඒ නයින් $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$ හි පරාමිතියකි.

iii) ABC ත්‍රිකෝරුණයේ කෝරුවල අභ්‍යන්තර සමවිශේෂක තුන එක් ලක්ෂණයක දී හමුවන බව සත්‍යාපනය කර එම ලක්ෂණයේ පථය නිර්ණය කරන්න. (2008)

(44) (x_0, y_0) ලක්ෂණ හරහා යන $ax + by + c = 0$ සරල රේඛාවට ලම්බ සරල රේඛාව මත පිහිටි ඔනැම ලක්ෂණයක බණ්ඩාංක $(x_0 + at, y_0 + bt)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

එනයින්, $ax + by + c = 0$ රේඛාව තුළ (x_0, y_0) ලක්ෂණයෙහි දුරපැණ ප්‍රතිනිමිතයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

OAB ත්‍රිකෝරුණයෙහි OA සහ AB පාදවල ලම්බ සමවිශේෂකවල සම්කරණ පිළිවෙළින් $x \cos Q + y \sin Q = 1$ සහ $x - y = 1$ වේ. මෙහි $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වන අතර O යනු මූල ලක්ෂණ වේ. OAB ත්‍රිකෝරුණයෙහි පාද තුනේ සම්කරණ සොයන්න.

තව දී OB පාදයේ ලම්බ සමවිශේෂකයේ සම්කරණය සොයා OAB ත්‍රිකෝරුණයෙහි පාදවල ලම්බ සමවිශේෂක ඒක ලක්ෂණය වන බව සත්‍යාපනය කරන්න. (2009)

(45) a) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ හා $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ සරල රේඛා දෙක අතර කෝරුවල සමවිශේෂකයන්ගේ සම්කරණ $\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$ බව පෙන්වන්න.

b) (x_0, y_0) ලක්ෂණ ඔස්සේ යන සරල රේඛාවක සම්කරණය $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = t$ ලෙස පරාමිතික ආකාරයෙන් දී දී ඇත. මෙහි $a^2 + b^2 = 1$ හා t පරාමිතියක් වේ. $|t|$ යනු (x_0, y_0) ලක්ෂණයේ සිට (x, y) ලක්ෂණයට රේඛාව දිගේ මතින ලද දිග බව පෙන්වන්න.

c) ABCD රෝමබසය පුරුණ ලෙස පළමු පාදකය තුළ පිහිටි. AB හා AD සියලුම පිළිවෙළින් $x - 2y + 5 = 0$ හා $2x - y + 1 = 0$ වේ. BAD කෝණය සූල් කෝණයක් වන අතර $AC = 2\sqrt{2}$ වේ.

a) සහ b) කොටස උපකාරී කර ගනිමින් හෝ වෙනත් ආකාරයෙන් හෝ AC හා
රෝමබසයේ අනෙක් පාද දෙකේ සෑම්කරණ සොයන්න.
E යනු රෝමබසයේ විකරණවල ජේදන ලක්ෂණය නම DE හි දිග සොයා එනයින්
රෝමබසයේ වර්ගීලය සොයන්න. (2010)

(46) $3y + 2x + 5 = 0$ සරල රේඛාවට සමාන්තරවූ ද (2, 3) හා (-1, 2) ලක්ෂණය යා කරන
සරල රේඛාව $3 : 2$ අනුපාතයට බාහිරව බෙදන ලක්ෂණ ඔස්සේ යන්නා වූ ද සරල
රේඛාවේ සෑම්කරණය සොයන්න. (2011)

(47) $\ell x + my + n = 0$ සරල රේඛාව සමග සම්දේශීල්පාද සෑපුරුකෝනී ත්‍රිකෝණයක් සාදන
ලෙස මූල ලක්ෂණය ඔස්සේ එකිනෙකට ලම්බව යන සරල රේඛා දෙකේ සෑම්කරණ
 $(\ell - m)n + (\ell + m)y = 0$ හා $(\ell + m)x + (\ell - m)y = 0$ බව පෙන්වන්න. (2011)

(48) ℓ යනු (4, 0) හා (0, 2) ලක්ෂණ ඔස්සේ යන සරල රේකාවක් ද m යනු (2, 0) හා (0, 3)
ලක්ෂණ ඔස්සේ යන සරල රේකාවක් ද යැයි ගනිමු. ℓ හා m සරල රේඛාවල සෑම්කරණ
සොයන්න. ඒ නයින් ℓ හා m හි ජේදන ලක්ෂණ හා මූල ලක්ෂණ ඔස්සේ යන සරල
රේඛාවේ සෑම්කරණය සොයන්න. (2012)

(49) (3, 1) ලක්ෂණයෙහි $x + 2y + a = 0$ සරල රේඛාව මත ප්‍රතිඵිම්බය $\left(\frac{3}{5}, b\right)$ ලක්ෂණ වේ.
මෙහි a හා b නියත වේ. a හා b හි අගයන් සොයන්න. (2013)

(50) සමාන්තර නොවන $\ell_1 \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0$ හා $\ell_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$ යන සරල
රේඛා 2 අතර කෝණ සමවිශේදකවල සෑම්කරණ සොයන්න.
 $2x - 11y - 10 = 0$ හා $10x + 5y - 2 = 0$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා 2 අතර සූල්
කෝණයේ සමවිශේදකය $4x - 7y - 8 = 0$ හා $8x + y - 4 = 0$ මගින් දෙනු ලබන
සරල රේඛා 2 අතර මහා කෝණයේ සමවිශේදකය ම බව පෙන්වන්න. (2012)

(51) ℓ_1 හා ℓ_2 යනු පිළිවෙළින් $2x + y = 5$ හා $x + 2y = 4$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා
යැයි ගනිමු. ℓ_1 සහ ℓ_2 අතර සූල් කෝණය $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ බව පෙන්වා, මෙම කෝණයේ
සමවිශේදකයේ සෑම්කරණය සොයන්න. (2014)

(52) $\lambda \in \mathbb{R}$ හා $\lambda \neq +1$ යැයි ගනිමු. බණ්ඩාංක අක්ෂ හා $(1 + \lambda)x - 2(1 - \lambda)y - 2$
 $(1 - \lambda) = 0$ සරල රේඛාව මගින් ආවෘත පෙදෙසයි වර්ගීලය වර්ග ඒකක 4 ක් වේ.
 λ හි අගයයන් සොයන්න. (2014)

(53) A (10, 0) හා B (0, 5) ලක්ෂණ යා කරන සරල රේඛාව C (1, 2) හා D (3, 6) ලක්ෂණ
යා කරන CD රේඛා බණ්ඩායෙහි ලම්බ සමවිශේදකය බව පෙන්වන්න.
ACBD වතුරසුයේ වර්ගීලය වර්ග ඒකක 25 ක් බව තවදුරටත් පෙන්වන්න. (2015)